

Kaynaklar:

1. Chapra S.C. and Canale R.P. “Numerical Methods for Engineers”, Sixth Edition, McGraw Hill, International Edition 2010.
2. Chapra S.C. and Canale R. P. “Yazılım ve programlama Uygulamalarıyla Mühendisler için Sayısal Yöntemler” 4.Basımdan Çevirenler: Hasan Heperkan ve Uğur Kesgin 2003.
3. Chapra S.C. “Applied Numerical Methods with MATLAB for engineers and Scientists” Third Edition, McGraw Hill, International Edition 2012.
4. Mathews J.H. and Fink K.D. “Numerical Methods using MATLAB”, Fourth Edition, Pearson P. Hall, International Edition 2004.
5. Fausett L.V. “Applied Numerical Analysis Using MATLAB, Second Edition, Pearson P. Hall, International Edition, 2008.
6. Gilat A. And Subramaniam V. “Numerical Methods, An introduction with Applications Using MATLAB”, Second Edition, John Wiley and Sons. Inc. 2011.

Klasik dördüncü mertebe Runge Kutta Yöntemi

$h=0.5$ adım boyu kullanarak $y(0)=0$ başlangıç koşulunu kullanarak $x=0$ 'dan 0.5 'e kadar integralin alınması

$$\frac{dy}{dx} = 1 - 4xy$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h)$$

$$x_i = 0, y_i = 0$$

Aralığın başındaki eğim aşağıdaki gibi hesaplanır

$$k_1 = f(0, 0) = 1 - 4 * 0 * 0 = 1$$

Bu değer, y noktasındaki bir değeri ve orta noktadaki eğimi hesaplamak için kullanılır

$$x_i + \frac{1}{2}h = 0 + \frac{1}{2} * 0.5 = 0.25$$

$$y_i + \frac{1}{2}k_1h = 0 + \frac{1}{2} * 1 * 0.5 = 0.25$$

$$k_2 = f(0.25, 0.25) = 1 - 4 * 0.25 * 0.25 = 0.75$$

Bu eğim, y 'nin başka bir değerini ve orta noktadaki başka bir eğimi hesaplamak için kullanılır.

$$x_i + \frac{1}{2}h = 0 + \frac{1}{2} * 0.5 = 0.25$$

$$y_i + \frac{1}{2}k_2h = 0 + \frac{1}{2} * 0.75 * 0.5 = 0.1875$$

$$k_3 = f(0.25, 0.1875) = 1 - 4 * 0.25 * 0.1875 = 0.8125$$

Bu eğim, aralık sonunda başka bir y değerini ve bir eğimi hesaplamak için kullanılır.

$$x_i + h = 0 + 0.5 = 0.5$$

$$y_i + k_3h = 0 + 0.8125 * 0.5 = 0.4063$$

$$k_4 = f(0.5, 0.4063) = 1 - 4 * 0.5 * 0.4063 = 0.1874$$

Son olarak, dört eğim tahmini ortalama bir eğim elde etmek için birleştirilir.

$$\phi = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) = \frac{1}{6}(1 + 2 * 0.75 + 2 * 0.8125 + 0.1874)$$

$$\phi = 0.7187$$

$$y(0.5) = y(0) + \phi h = 0 + 0.7187 * 0.5$$

$$y(0.5) = 0.3594$$

Dördüncü Mertebe Runge Kutta Yöntemleri

$$\frac{dy}{dx} = 2y + x + 4 \quad y(0) = 1$$

$$y(0.2) = ?$$

$$h=0.2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2y + x + 4 \quad y(0) = 1$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) * h$$

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h)$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h)$$

$$k_1 = f(x_i, y_i) \Rightarrow k_1 = 2 \times 1 + 0 + 4 = 6$$

$$k_2 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h) \Rightarrow f(0.1, 1.6) = 2 \times 1.6 + 0.1 + 4 = 7.3$$

$$k_3 = f(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h) \Rightarrow f(0.1, 1.73) = 7.56$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h) \Rightarrow f(0.2, 2.512) = 9.224$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \times h = 1 + \frac{1}{6}(6 + 2 \times 7.3 + 2 \times 7.56 + 9.224) \times 0.2 = 2.4981$$

```
>> h=0.2;
```

```
>> Y1=1;
```

```
>> X1=0;
```

```
>> K1=2*Y1+X1+4
```

```
K1 =
```

```
6
```

```
>> K2=2*(Y1+0.5*K1*h)+(X1+0.5*h)+4
```

```
K2 =
```

```
7.3000
```

```
>> K3=2*(Y1+0.5*K2*h)+(X1+0.5*h)+4
```

```
K3 =
```

```
7.5600
```

```
>> K4=2*(Y1+K3*h)+(X1+h)+4
```

```
K4 =
```

```
9.2240
```

```
>> Y2=Y1+(1/6)*(K1+2*K2+2*K3+K4)*h
```

```
Y2 =
```

```
2.4981
```

İkinci adım $X=X+h=0+0.2=0.2$

```
>> Y1=2.4981;
```

```
>> X1=0.2;
```

```
>> K1=2*Y1+X1+4
```

```
K1 =
```

```
9.1962
```

```
>> K2=2*(Y1+0.5*K1*h)+(X1+0.5*h)+4
```

```
K2 =
```

```
11.1354
```

```
>> K3=2*(Y1+0.5*K2*h)+(X1+0.5*h)+4
```

```
K3 =
```

```
11.5233
```

```
>> K4=2*(Y1+K3*h)+(X1+h)+4
```

```
K4 =
```

```
14.0055
```

```
>> Y2=Y1+(1/6)*(K1+2*K2+2*K3+K4)*h
```

```
Y2 =
```

```
4.7821
```

Üçüncü adım $X=X+h=0.2+0.2=0.4$

```
>> Y1=4.7821;
```

```
>> X1=0.4;
```

```
>> K1=2*Y1+X1+4
```

```
K1 =
```

```
13.9642
```

```
>> K2=2*(Y1+0.5*K1*h)+(X1+0.5*h)+4
```

```
K2 =
```

```
16.8570
```

```
>> K3=2*(Y1+0.5*K2*h)+(X1+0.5*h)+4
```

```
K3 =
```

```
17.4356
```

```
>> K4=2*(Y1+K3*h)+(X1+h)+4
```

```
K4 =
```

```
21.1384
```

```
>> Y2=Y1+(1/6)*(K1+2*K2+2*K3+K4)*h
```

```
Y2 =
```

```
8.2384
```