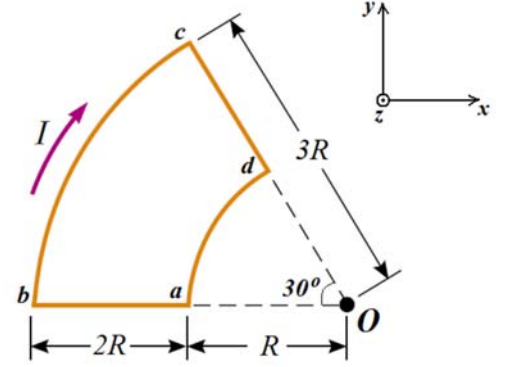


2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2
UYGULAMA 6
(MANYETİK ALAN KAYNAKLARI)

1. I akımı taşıyan kapalı bir ilmek Şekil 1'de görüldüğü gibi dört kısımdan oluşmaktadır.

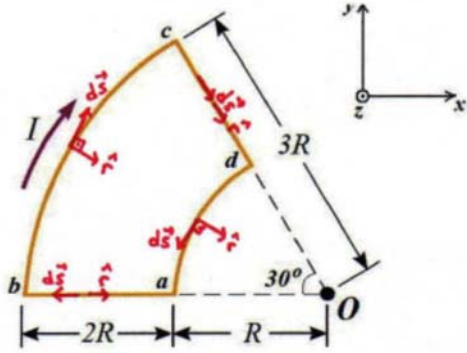
a) Biot-Savart yasasını kullanarak O noktasındaki manyetik alanı bir vektörler cinsinden bulunuz.

b) Eğer kapalı ilmek, $\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$ (B_0 pozitif bir sabit) ile verilen düzgün bir manyetik alan etkisinde kalırsa, ab ve cd bölgelerine etki eden manyetik kuvveti ve ilmeğe etki eden torku birim vektörler cinsinden bulunuz (Akım ilmeğinin oluşturduğu manyetik alanı ihmal ediniz.).



Şekil 1

1)



$$\vec{B}_{bc} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = ds(-\hat{k})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = 3R d\theta$$

$$\vec{B}_{bc} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{\pi/6} \frac{3R d\theta}{(3R)^2} (-\hat{k}) = \frac{\mu_0 I}{72R} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_{da} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = ds(\hat{k})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = R d\theta$$

$$\vec{B}_{da} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{\pi/6} \frac{R d\theta}{R^2} (\hat{k}) = \frac{\mu_0 I}{24R} \hat{k}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B}_O = \vec{B}_{ab} + \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{cd} + \vec{B}_{da}$$

$$\vec{B}_{ab} = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} ; \theta = 180^\circ)$$

$$\vec{B}_{cd} = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} ; \theta = 0^\circ)$$

$$\vec{B}_O = \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{da}$$

$$\vec{B}_O = \frac{\mu_0 I}{72R} (-\hat{k}) + \frac{\mu_0 I}{24R} \hat{k}$$

$$\vec{B}_O = \frac{\mu_0 I}{36R} \hat{k}$$

$$b) \vec{F}_a = I \vec{l} \times \vec{B}$$

ab iain: $\vec{l} = 2R(-\hat{i})$

$$\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{F}_{ab} = I 2R(-\hat{i}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{F}_{ab} = 4IRB_0\hat{j}$$

cd iain: $\vec{l} = 2R\cos 30^\circ \hat{i} - 2R\sin 30^\circ \hat{j}$

$$\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{F}_{cd} = I 2R(\cos 30^\circ \hat{i} - \sin 30^\circ \hat{j}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{F}_{cd} = 2IRB_0(-\hat{i} - \sqrt{3}\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{C} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

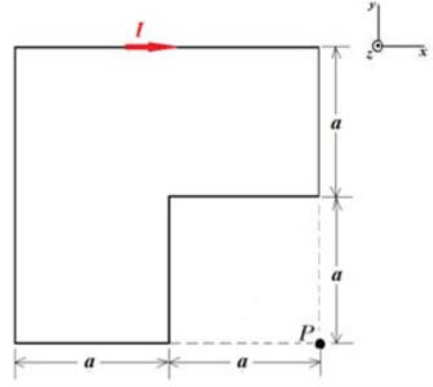
$$\vec{A} = \left[\frac{\pi}{12}(3R)^2 - \frac{\pi}{12}R^2 \right](-\hat{k})$$

$$\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

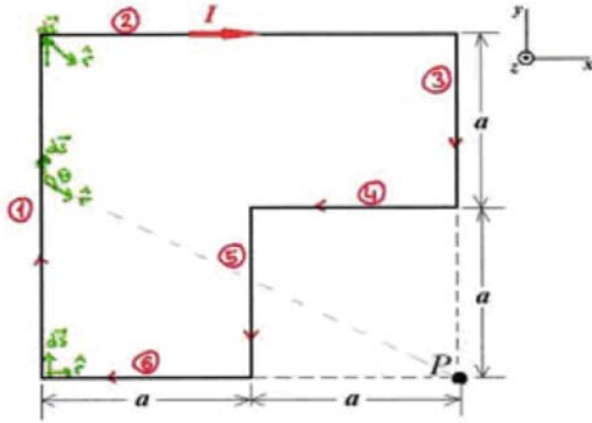
$$\vec{C} = I \frac{2\pi}{3} R^2(-\hat{k}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{C} = \frac{8\pi}{3} IR^2 B_0(-\hat{j})$$

2. Şekil 2'de görülen kapalı ilmeğin, P noktasında oluşturduğu manyetik alanı birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 2



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5 + \vec{B}_6$$

$$\vec{B}_3 = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} ; \theta = 0^\circ)$$

$$\vec{B}_6 = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r} ; \theta = 180^\circ)$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = dy \sin\theta (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dy \sin\theta}{r^2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{2a \csc^2\theta d\theta}{4a^2 \csc^3\theta} \sin\theta (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a} \int \sin\theta d\theta (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a} (\cos\theta_i - \cos\theta_f) (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} (\cos 90^\circ - \cos 135^\circ) (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_i - \cos\theta_f) (\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos 90^\circ - \cos 135^\circ) (\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{k})$$

$$y = -2a \cot\theta$$

$$dy = 2a \csc^2\theta d\theta$$

$$r = \frac{2a}{\sin\theta} = 2a \csc\theta$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} (\cos 45^\circ - \cos 90^\circ) (-\hat{k})$$

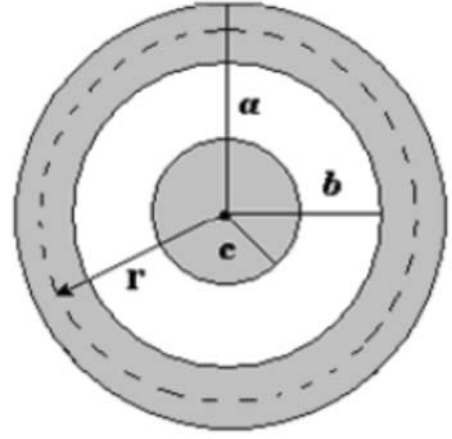
$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos 45^\circ - \cos 90^\circ) (\hat{k})$$

$$\vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{k})$$

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \sqrt{2} (\hat{k})$$

3. Şekil 3'te uzun koaksiyel bir kablo kesitten görülmektedir. Merkezde yarıçapı $c = 0,5 \text{ cm}$, yönü sayfa düzleminin içine doğru olan $I = 100 \text{ A}$ akımı taşıyan bir tel ve etrafında eş merkezli iç yarıçapı $b = 2 \text{ cm}$, dış yarıçapı $a = 4 \text{ cm}$ olan yönü sayfa düzleminin dışarı doğru I akımı taşıyan silindirik tüpten oluşmaktadır.



- a) $(r < c)$ $r = 0,3 \text{ cm}$,
b) $(c < r < b)$ $r = 1 \text{ cm}$,
c) $(b < r < a)$ $r = 3 \text{ cm}$,
d) $(r > a)$ $r = 4 \text{ cm}$ 'de manyetik alanları bulunuz.

Şekil 3

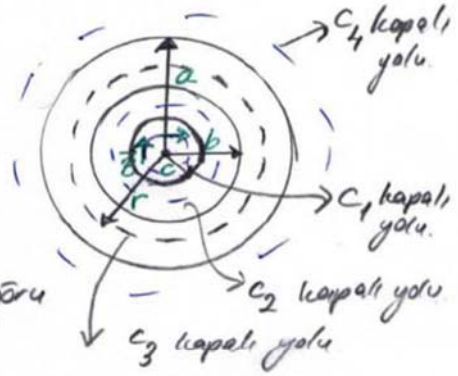
a) $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}}$ Amper Yasası.

$r < c$ $r = 0,3 \text{ cm}$, C_1 kapalı yolu üzerinden,
 $I_{\text{kap}} = J A_1$

$A_1 = \pi r^2$
 $I_{\text{kap}} = \frac{I}{\pi c^2} \cdot \pi r^2 = I \frac{r^2}{c^2}$ \otimes içeri doğru

$\oint_{C_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}}$ $B_1 (2\pi r) = \mu_0 I \frac{r^2}{c^2}$
 $B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi c^2}$ $r = 0,3 \text{ cm}'de$

$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3} = 24 \cdot 10^{-7} \text{ T}$



b) $c < r < b$, $r = 1 \text{ cm}$ için, $I_{\text{kap}} = I \otimes$

$\oint_{C_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}}$ $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ $B_2|_{r=1\text{cm}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$

c) $b < r < a$, $r = 3 \text{ cm}$ için; $I_{\text{kap}} = I - \frac{I}{\pi(a^2 - b^2)} \cdot \pi(r^2 - b^2)$

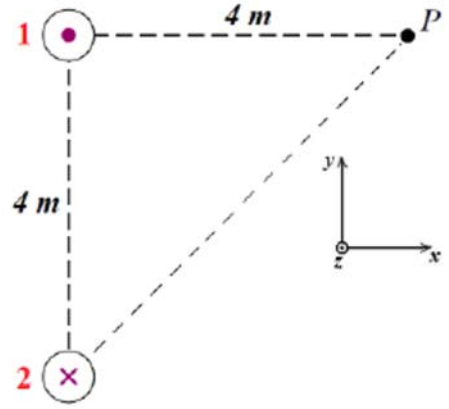
$\oint_{C_3} \vec{B}_3 \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}}$ $(2\pi r) \cdot B_3 = I \frac{(a^2 - b^2 - r^2 + b^2)}{a^2 - b^2} \mu_0$ $B_3 = \frac{\mu_0 I (a^2 - r^2)}{2\pi r (a^2 - b^2)}$

$B_3|_{r=3\text{cm}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 (4^2 - 3^2) \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2} (4^2 - 2^2) \cdot 10^4} \approx 2,78 \cdot 10^{-4} \text{ T}$

d) $r > a$ için; $\oint_{C_4} \vec{B}_4 \cdot d\vec{s} = I_{\text{kap}}$ $I_{\text{kap}} = I - I = 0$
 $B_4 = 0 \text{ olur.}$

$r = 4 \text{ cm} = a \Rightarrow B = 0 \text{ olur.}$

4. Sonsuz uzun iki iletken tel, Şekil 4'de görüldüğü gibi paralel olarak birbirlerinden $4m$ uzaklıkta bulunmaktadır. 1 numaralı telden, sayfa düzleminin dışarı doğru $8 A$ 'lık; 2 numaralı telden sayfa düzleminin içine doğru $12 A$ 'lık akım geçmektedir. Bu iki iletken telin P noktasında oluşturdukları manyetik alanı birim vektörler cinsinden bulunuz. ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} Wb / A.m$)



Şekil 4

Ampère Yasası

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

1. tel:

$$B_1 \cdot (2\pi a) = \mu_0 I_1$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8}{2\pi \cdot 4} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ (T)}$$

$$\vec{B}_1 = 4 \cdot 10^{-7} \hat{j} \text{ (T)}$$

2. tel:

$$B_2 \cdot (2\pi\sqrt{2}a) = \mu_0 I_2$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\sqrt{2}\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 12}{2\sqrt{2}\pi \cdot 4} = 4,2 \cdot 10^{-7} \text{ (T)}$$

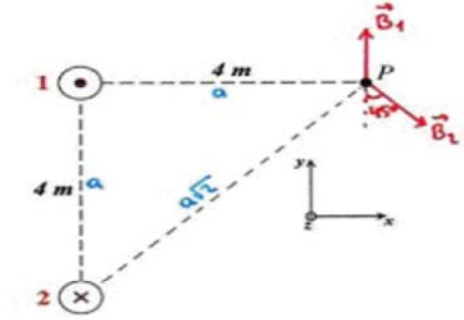
$$\vec{B}_2 = B_2 \sin 45^\circ \hat{i} - B_2 \cos 45^\circ \hat{j}$$

$$\vec{B}_2 = 3 \cdot 10^{-7} (\hat{i} - \hat{j}) \text{ (T)}$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\vec{B}_P = 4 \cdot 10^{-7} \hat{j} + 3 \cdot 10^{-7} (\hat{i} - \hat{j})$$

$$\vec{B}_P = 10^{-7} (3\hat{i} + \hat{j}) \text{ (T)}$$



5. r telin ekseninden uzaklığı göstermek üzere, $r \leq R$ için akım yoğunluğunun $J(r) = J_0(1 - r^2/R^2)$ ve $r > R$ için $J(r) = 0$ olduğu, R yarıçaplı uzun bir silindirik tel düşününüz.
- a) Telin içindeki ($r \leq R$) ve dışındaki ($r > R$) manyetik alanı bulunuz.
- b) Manyetik alanın maksimum olduğu konumu ve maksimum değerini bulunuz.

a) $J(r) = J_0(1 - \frac{r^2}{R^2}) \quad r \leq R$ için

$$r \leq R, \quad \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}}$$

$$I_{\text{kap}} = \int_0^r J dA = \int_0^r J_0(1 - \frac{r^2}{R^2}) \cdot 2\pi r dr$$

$$I_{\text{kap}} = 2\pi J_0 \int_0^r r dr - \frac{2\pi J_0}{R^2} \int_0^r r^3 dr$$

$$I_{\text{kap}} = \pi J_0 r^2 - \frac{\pi J_0 r^4}{2R^2} = \pi J_0 \left(r^2 - \frac{r^4}{2R^2} \right)$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \pi J_0 \left(r^2 - \frac{r^4}{2R^2} \right) \quad B = \mu_0 J_0 \left(\frac{r}{2} - \frac{r^3}{4R^2} \right)$$

$$r = R \text{ de, } B = \frac{\mu_0 J_0 R}{4} \text{ dir.}$$

$$r > R \text{ de } J(r) = 0 \quad I_{\text{kap}} = \int_0^R J dA + \int_R^r J dA = 2\pi J_0 \int_0^R r dr - \frac{2\pi J_0}{R^2} \int_0^R r^3 dr$$

$$I_{\text{kap}} = \pi J_0 \left(R^2 - \frac{R^2}{2} \right) = \pi J_0 \frac{R^2}{2}$$

$$\oint_{C'} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}} \quad B(2\pi r) = \pi J_0 \frac{R^2}{2} \cdot \mu_0$$

$$B = \frac{\mu_0 J_0 R^2}{4r}, \quad r > R$$

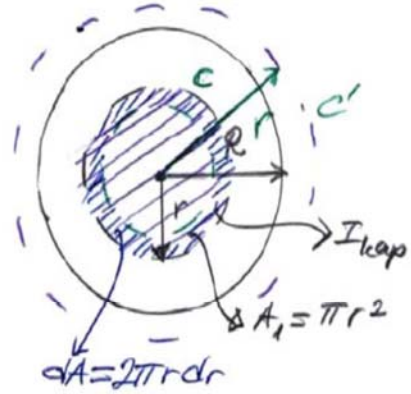
b) $r \leq R$ de B nin maksimum olması için,

$$\frac{dB}{dr} = 0 \text{ olması, } \frac{dB}{dr} = \frac{\mu_0 J_0}{2} - \frac{3}{4} \frac{r^2}{R^2} \mu_0 J_0 = 0 \quad 2R^2 = 3r^2$$

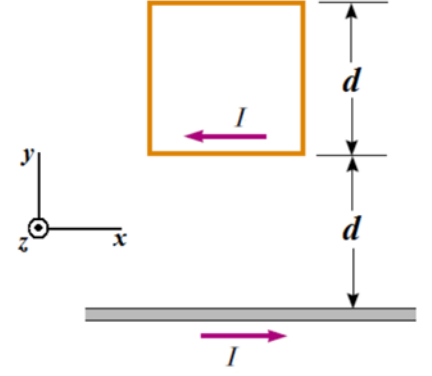
$$r^2 = \frac{2}{3} R^2$$

$$r = \sqrt{\frac{2}{3}} R \text{ dir.}$$

$$B_{\text{maks}} = \mu_0 J_0 R \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} \right)^{1/2} - \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \right] = 0,272 \mu_0 J_0 R \text{ bulunur.}$$



6. Şekil 5'te görülen I akımı taşıyan sonsuz uzun iletken telin I akımı taşıyan ve kenar uzunluğu d olan kare şeklindeki kapalı ilmeğe etki ettirdiği toplam manyetik kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 5

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$

1. tel :

$$B_1 \cdot (2\pi d) = \mu_0 I$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_1 = I d (-\hat{i}) \times \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \hat{j}$$

2. tel :

$$B_2 \cdot (2\pi 2d) = \mu_0 I$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = I d \hat{i} \times \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} (-\hat{j})$$

3. tel :

$$B_3 \cdot (2\pi y) = \mu_0 I$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \hat{k}$$

$$d\vec{F}_3 = I dy \hat{j} \times \vec{B}_3$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \int_d^{2d} \frac{dy}{y} \hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} [\ln y]_d^{2d} \hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 \hat{i}$$

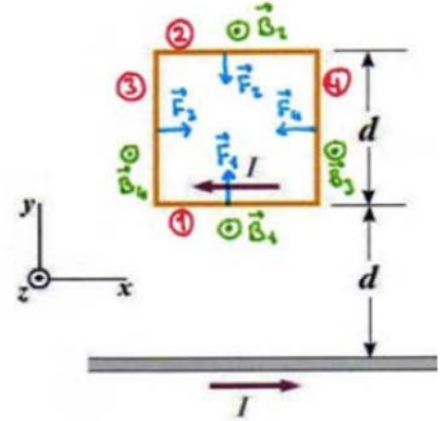
4. tel :

$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_3$$

$$\vec{F}_4 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 (-\hat{i})$$

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

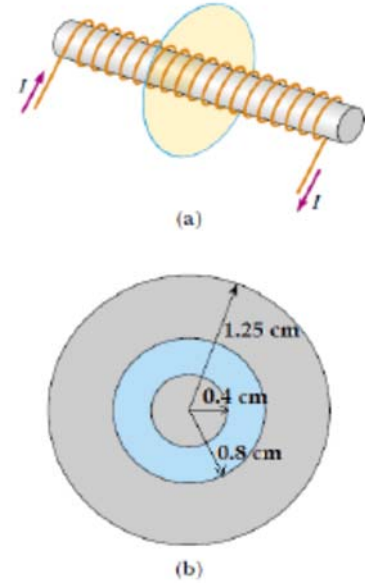
$$\Sigma \vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \hat{j}$$



7. Çapı $2,5\text{ cm}$ ve uzunluğu 30 cm olan bir solenoidin sarım sayısı 300 ve üzerinden geçen akım 12 A 'dır.

a) Şekil 6.a'da görüldüğü gibi, merkezi, solenoidin ekseninde bulunan ve bu eksene dik olarak yerleştirilen 5 cm yarıçaplı bir diskin yüzeyinden geçen manyetik akıyı hesaplayınız.

b) Şekil 6.b aynı solenoidin büyütülmüş olarak önden görünüşünü göstermektedir. Solenoidin içinde, iç yarıçapı $0,4\text{ cm}$ ve dış yarıçapı $0,8\text{ cm}$ olan bölgeden geçen manyetik akıyı hesaplayınız.



Şekil 6

$$N = 300 \text{ sarım}$$

$$l = 30\text{ cm} = 0,3\text{ m}$$

$$R = 1,25\text{ cm} = 1,25 \cdot 10^{-2}\text{ m}$$

$$I = 12\text{ A}$$

$$a) \Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B A$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$$\Phi_B = \left(\mu_0 \frac{N}{l} I \right) (\pi R^2)$$

$$\Phi_B = \left(4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{300}{0,3} \cdot 12 \right) \cdot \left[\pi (1,25 \cdot 10^{-2})^2 \right]$$

$$\Phi_B = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ (Wb)}$$

$$b) \Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = B A$$

$$\Phi_B = \left(\mu_0 \frac{N}{l} I \right) \left[\pi (r_2^2 - r_1^2) \right]$$

$$\Phi_B = \left(4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{300}{0,3} \cdot 12 \right) \left[\pi (8^2 - 4^2) \cdot 10^{-6} \right]$$

$$\Phi_B = 2,27 \cdot 10^{-6} \text{ (Wb)}$$

$$r_1 = 0,4\text{ cm}$$

$$r_2 = 0,8\text{ cm}$$

8. Toroidal bir selenoidin kesiti, kenar uzunluğu L olan bir karedir ve iç yarıçapı R olan bir silindir şeklindedir. Sarım sayısı N olan torustan I şiddetinde bir akım geçmektedir. Kare kesitten geçen manyetik akı ifadesini bulunuz.

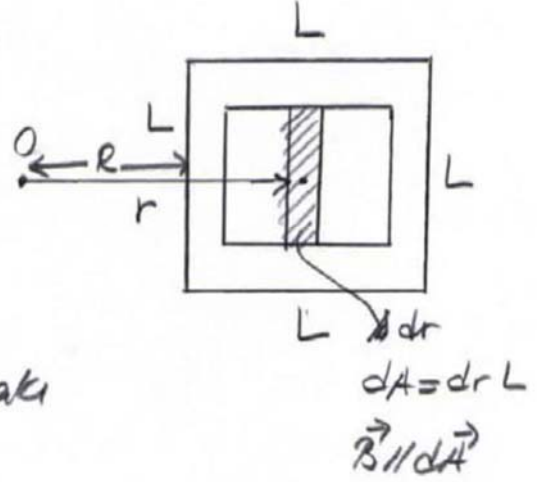
Toroidal selenoidin merkezinden r kadar uzakta meydana getirdiği manyetik alanın büyüklüğü

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

Kare kesitten geçen manyetik akı

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi} \int_R^{R+L} L \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 N I L}{2\pi} \ln r \Big|_R^{R+L}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 N I L}{2\pi} \ln \left(\frac{R+L}{R} \right)$$



9. Plaka alanı 300 cm^2 , kapasitansı 10^{-7} F olan kondansatör üzerine $t = 0$ 'da $5 \mu\text{A}$ 'lık bir akım boşalıyor.

a) $t = 0$ anında plakalar arası voltaj hangi hızla değişir.

b) a şıkında elde edilen sonucu kullanarak, $d\phi_E/dt$ ve $t = 0$ anında deplasman akım şiddetini hesap ediniz.

a) $V = \frac{q}{C} \Rightarrow dV = \frac{1}{C} dq$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{I}{C} = \frac{5 \cdot 10^{-6} (\text{A})}{2 \cdot 10^{-7} (\text{F})} \\ = 25 \text{ (V/s)}$$

b) $\phi_E = E \cdot A = q/\epsilon_0 = CV/\epsilon_0$

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{ig}}}{\epsilon_0} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

akının değişim hızı

$$\phi = \frac{CV}{\epsilon_0} \rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \frac{C}{\epsilon_0} \frac{dV}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d\phi}{dt} = \frac{C}{\epsilon_0} \frac{dV}{dt} = 5,6 \cdot 10^5 \text{ (V.m/s)}}$$

deplasman akımı = yerdeğiştirme akımı

$$\boxed{I_d = \epsilon_0 \cdot \frac{d\phi_E}{dt} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5,6 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^{-6} (\text{A})}$$