

## ÖRNEKLER-DETERMİNANTLAR

$$1. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ z & x & y \\ x+y & y+z & x+z \end{vmatrix} = ?$$

**Çözüm:** Elemanter satır (sütun) işlemi ile çözülür.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ z & x & y \\ x+y & y+z & x+z \end{vmatrix} \rightarrow R_2 + R_3$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ z & x & y \\ x+y+z & x+y+z & x+y+z \end{vmatrix}$$

$$= (x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ z & x & y \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 0$$

Birinci ve üçüncü satırın elemanları eşittir.

$$2. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 0 & 5 \\ -3 & 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = ?$$

**Çözüm:** İşaretli minörler (kofaktörler)

kullanılarak çözülebilir.

Birinci satıra göre işaretli minörler:

$$\Delta = 1(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 5 \\ 1 & -1 & 4 \end{vmatrix} + 0(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 5 \\ -3 & -1 & 4 \end{vmatrix} \\ + 3(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & 5 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^{1+4} \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

İlk determinant 2-inci sütuna göre,

İkinci determinant sıfırdır,

Üçüncü determinant ilk satıra göre ve

Dördüncü determinant üçüncü sütuna göre

açılarak;

$$\Delta = 1(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + 0(-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} \\ + 3 \left[ 2(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} + 4(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} \right] \\ + 1(-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + 0(-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} + (-1)(-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = -323$$

$$3. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = ?$$

**Çözüm:** Üçgen matrisin determinanı;

$$\Delta = (2)(-2)(1)(3)$$

$$\Delta = -12$$

$$4. \Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 10 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} = ?$$

**Çözüm:** Elemanter satır (sütun) işlemi ile çözülür.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 10 \\ 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow R_2 \rightarrow R_1$$

$$= - \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & 10 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow -2R_1 + R_2 \rightarrow$$

$$= - \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -7 & 14 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow -7R_2 \rightarrow$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{vmatrix} \Rightarrow -R_2 + R_3 \rightarrow$$

$$= 7 \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = 7(1)(1)(-1)$$

$$\Delta = -7$$

$$4. \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = ?$$

**Çözüm:**

$$5. \Delta = \begin{vmatrix} \lambda+1 & 0 & 0 \\ 4 & \lambda & 3 \\ 2 & 8 & \lambda+5 \end{vmatrix} = 0 \text{ ise } \lambda=?$$

**Çözüm:**



