

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 20.05.2016
Diferansiyel Denklemler II (i.ö.) / Final Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: **75'** BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (25p)
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y \\ \dot{y} = 2y - z + x \\ \dot{z} = x + y \end{cases}$$
 denklem sisteminin temel matrisini: Matris Yöntemi

kullanarak belirleyiniz.

Açıklamalar: “ $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ ve $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, $\dot{z} = \frac{dz}{dt}$ ” dir.

SORU 2. (25+10=35p) $xy'' + y' = f(x)$; “ $y(1) = 0$ ve $x \rightarrow +\infty$ için $y(x)$ sınırlıdır” sınır-değer problemi verilsin (Burada, $f : \mathbb{R}$ üzerinde sürekli bir fonksiyon).

(a) Green fonksiyonunu oluşturunuz.

(b) Elde ettiğiniz Green fonksiyonu yardımıyla, problemin bir çözümünün bulunuşunu en açık haliyle ifade ediniz.

SORU 3. (40p) Aşağıdaki A-B-C şıklarından yalnızca **iki tanesini seçerek** yapınız!

(A) $\phi(t) = \begin{pmatrix} e^{4t} & te^{4t} \\ e^{4t} & (1+t)e^{4t} \end{pmatrix}$ temel matrisi verilen denklem sisteminin bulunuz.

(B) $\frac{dx}{y+z} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{x-y}$ denklem sisteminin ilk integrallerini belirleyiniz.

(C)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x - y = -t \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - 3x + 2y = 0 \end{cases}$$
 denklem sisteminin yüksek mertebeden denklemlere

indirgenmiş halini elde ediniz.

Açıklamalar: “(A) için: $\dot{\phi}(t) = A(t)\phi(t)$ ilişkisinden yararlanılarak belirlenecek, farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır” ; “(B) için: t -değişkenini içermeyen, $\psi_i(x, y, z) = c_i$ formunda $i=1,2$ ” İntegrallenebilir kombinasyonlar bularak belirlenecek, farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır” ; “(C) için: $x = x(t)$, $y = y(t)$ ” dir.

Çıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 24.05.2016
Diferansiyel Denklemler II / Final Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: **75'** BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (25p)
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 2z - 4x \\ \dot{z} = x - y \end{cases}$$
 denklem sisteminin temel matrisini: Matris Yöntemi kullanarak

belirleyiniz.

Açıklamalar: “ $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ ve $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$, $\dot{z} = \frac{dz}{dt}$ ” dir.

SORU 2. (25+10=35p) $x^2 y'' + xy' = f(x)$; “ $y(1) = 0$ ve $x \rightarrow +\infty$ için $y(x)$ sınırlıdır” sınır-değer problemi verilsin (Burada, $f : \mathbb{R}$ üzerinde sürekli bir fonksiyon).

(a) Green fonksiyonunu oluşturunuz.

(b) Elde ettiğiniz Green fonksiyonu yardımıyla, problemin bir çözümünün bulunuşunu en açık haliyle ifade ediniz.

SORU 3. (40p) Aşağıdaki A-B-C şıklarından yalnızca **iki tanesini seçerek** yapınız!

(A)
$$\phi(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} & te^{-t} \\ e^{2t} & (1+t)e^{-t} \end{pmatrix}$$
 temel matrisi verilen denklem sisteminin bulunuz.

(B)
$$\frac{dx}{x} = \frac{dy}{x-z} = \frac{dz}{x-y}$$
 denklem sisteminin ilk integrallerini belirleyiniz.

(C)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x - 3y = 0 \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} - x + 2y = -t \end{cases}$$
 denklem sisteminin yüksek mertebeden denklemlere

indirgenmiş halini elde ediniz.

Açıklamalar: “(A) için: $\dot{\phi}(t) = A(t)\phi(t)$ ilişkisinden yararlanılarak belirlenecek, farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır” ; “(B) için: t -değişkenini içermeyen, $\psi_i(x, y, z) = c_i$ formunda $i=1,2$ ” İntegrallenebilir kombinasyonlar bularak belirlenecek, farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır” ; “(C) için: $x = x(t)$, $y = y(t)$ ” dir.

Çıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek