

**İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü** 12.04.2016  
**Diferansiyel Denklemler II / Arasınav Soruları**

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik  
Süre: **70'** BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

$$Ay''' + By'' + Cy' + Dy = f \quad \dots(1)$$

denklemi göz önüne alınsın. Aksi söylenmediği sürece sorularda  $A \neq 0$  olarak düşünülecektir.

**SORU 1. (60p)** Aşağıdaki şıklarından yalnızca **dört tanesini seçerek** yapınız!

(a)  $A = x^2 - x$ ,  $B = \cos x$ ,  $C = x$ ,  $D = 0$   $f(x) = \sqrt{1-x}$  şeklinde (1) denkleminin “ $y(x_0) = 1, y'(x_0) = 2, y''(x_0) = 3$ ” başlangıç koşulunu sağlayan çözümünün bulunması problemi göz önüne alınsın.  $x_0 = \frac{1}{2}$ ,  $x_0 = 1$  noktaları için ayrı ayrı çözümün varlığı ve tekliği hakkında ne söylenebilir? Yalnızca V.T. Teoremlerinden yararlanarak açıklayınız.

(b)  $y = \cos^2 x$  çözümünü sağlayan, (1) formunda homojen bir denklem belirleyiniz.

(c) Hepsi birbirinden farklı  $y_1, y_2, y_3$  fonksiyonlarının (1) formunda homojen denklemin çözümleri oldukları düşünölsün.  $y = c_1y_1 + c_2y_2 + c_3y_3$  çözümler ailesi: denklemin genel çözümü olabilir mi?  $W(y_1, y_2) = 0$  ve  $W(y_1, y_2) \neq 0$  durumları için ayrı ayrı cevaplayınız.

(d)  $4x^2y'' + 12xy' + y = 0$  denkleminin genel çözümünü bulunuz.

(e)  $A = 0$ ,  $B = 1 + x \tan x$ ,  $C = -x$ ,  $D = 1$  şeklinde (1) formunda homojen denklem ve bu denkleminin bir  $y_1 = 2x$  özel çözümü verilsin. Denklemin genel çözümünü bulunuz.

(f) (1) denkleminin: üç tane denklemden oluşan, üç-bilinmeyenli, normal formda lineer denklem sistemi şeklinde ifade edilebileceğini gösteriniz.

*Açıklamalar:* “(d) için: Dönüşüm kullanacaksanız, dönüşüm sonrası türevlerin çıkarılışlarını yapınız, ezbere kullanma hakkınız yok”.

**SORU 2. (20p)**  $(x + y')y''' - (1 + y'')^2 = 0$  denkleminin genel çözümünü bulunuz.

**SORU 3. (20p)**  $y''' + 2y'' + y' + 1 = 0$  denkleminin bir özel çözümünü: sabitlerin değişimi yöntemini kullanarak belirleyiniz.

*Açıklamalar:* Ara işlemlerde kolaylık açısından, 3.mertebe için derste verilen şablondan yararlanabilirsiniz.

**UYARI:** Soru 1 de seçimli sorular dikkate alınmadan istenenden fazla soruya uğraşırsanız (*cevap kağıdınızda, soruyla ilgili üzeri karalanmadan bulunan her yazım uğraş kabul edilecektir*), ilgili sorunun puanlaması: çözdüğünüz her bir şık için 10 puan şeklinde olacaktır. Yöntem belirtilen sorular için: farklı yöntemler ile çözüm denemeleri değerlendirme dışı olacaktır. Çözümlerinizi yüksek puan almayı hedefliyorsanız: cevaplarınızın gerekçeleri ile birlikte doğru olması gerekliliğini unutmayınız.

**Not: Çıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek**

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

$$Ay''' + By'' + Cy' + Dy = f \quad \dots(1)$$

denklemi göz önüne alınsın. Aksi söylenmediği sürece sorularda  $A \neq 0$  olarak düşünülecektir.

**SORU 1. (60p)** Aşağıdaki şıklarından yalnızca **dört tanesini seçerek** yapınız!

(a)  $A = x^2 - x$ ,  $B = x$ ,  $C = 0$ ,  $D = \cos x$   $f(x) = \sqrt{1-x}$  şeklinde (1) denkleminin “ $y(x_0) = 1, y'(x_0) = 2, y''(x_0) = 3$ ” başlangıç koşulunu sağlayan çözümünün bulunması problemi göz önüne alınsın.  $x_0 = \frac{1}{2}$ ,  $x_0 = 0$  noktaları için ayrı ayrı çözümün varlığı ve tekliği hakkında ne söylenebilir? Yalnızca V.T. Teoremlerinden yararlanarak açıklayınız.

(b)  $y = \sin^2 x$  çözümünü sağlayan, (1) formunda homojen bir denklem belirleyiniz.

(c) Hepsi birbirinden farklı  $y_1, y_2, y_3, y_4$  fonksiyonlarının (1) formunda homojen denklemin çözümleri oldukları düşünölsün.  $y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + c_3 y_3 + c_4 y_4$  çözümler ailesi: denklemin genel çözümü olabilir mi?  $W = 0$  ve  $W \neq 0$  durumları için ayrı ayrı cevaplayınız.

(d)  $2x^2 y'' + 6xy' + y = 0$  denkleminin genel çözümünü bulunuz.

(e)  $A = 0$ ,  $B = 1 + x \tan x$ ,  $C = -x$ ,  $D = 1$  şeklinde (1) formunda homojen denklem ve bu denkleminin bir  $y_1 = -x$  özel çözümü verilsin. Denklemin genel çözümünü bulunuz.

(f) (1) denkleminin: üç tane denklemden oluşan, üç-bilinmeyenli, normal formda denklem sistemi şeklinde ifade edilebileceğini gösteriniz.

*Açıklamalar:* “(c) için:  $W$  ile kastedilen :  $W = W(y_1, y_2, y_3, y_4)$  şeklinde Wronsky determinatıdır” ; “(d) için: Dönüşüm kullanıyorsanız, dönüşüm sonrası türevlerin çıkarılışlarını yapınız, ezbere kullanma hakkınız yok”.

**SORU 2. (20p)**  $(x - y')y''' + (1 - y'')^2 = 0$  denkleminin genel çözümünü bulunuz.

**SORU 3. (20p)**  $y''' + 2y'' + y' + 2 = 0$  denkleminin bir özel çözümünü: **sabitlerin değışimi yöntemini** kullanarak belirleyiniz.

*Açıklamalar:* Ara işlemlerde kolaylık açısından, 3.mertebe için derste verilen şablondan yararlanabilirsiniz.

**UYARI:** Soru 1 de seçimli sorular dikkate alınmadan istenenden fazla soruya uğraşırsanız (cevap kağıdınızda, soruyla ilgili üzeri karalanmadan bulunan her yazım uğraş kabul edilecektir), ilgili sorunun puanlaması: çözdüğünüz her bir şık için 10 puan şeklinde olacaktır. Yöntem belirtilen sorular için: farklı yöntemler ile çözüm denemeleri değerlendirme dışı olacaktır. Çözümlerinizi yüksek puan almayı hedefliyorsanız: cevaplarınızın gerekçeleri ile birlikte doğru olması gerekliliğini unutmayınız.

**Not: Çıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek**