

Ödev - Soruları 2

A. Aşağıda verilen fonksiyonların I üzerinde (aralarında) lineer bağımlı veya lineer bağımsız olup olmadıklarını araştırınız.

[I z verilmemiş ise, $I = \mathbb{R}$ veya uygun tanım aralığı olarak düşünülmektedir]

1. $y_1 = x - 2$, $y_2 = x + 2$

2. $y_1 = 6x + 9$, $y_2 = 8x + 12$

3. $y_1 = x^2 - x + 3$, $y_2 = 2x^2 + x + 2$, $y_3 = 3x - 4$

4. " " " , $y_3 = 3x + 1$

5. $y_1 = 1$, $y_2 = x + k$, $y_3 = (x + k)^2$ ($k \in \mathbb{R}$)

6. $y_1 = \begin{cases} 2x - x^2, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, $y_2 = \begin{cases} -5, & x \leq 0 \\ kx^2 - x, & x > 0 \end{cases}$

$y_3 = (x - 1)^2$ a) $k \neq 1$ için inceleyiniz.

b) $k = 1$ " " "

7. $y_1 = 1$, $y_2 = \sin x$, $y_3 = \cos x$

8. $y_1 = e^x$, $y_2 = \cosh x$, $y_3 = e^{-x}$

Açıklanalar : 1) ve 2) haricindeki için : "Ancakla wronsky det. kriteri kullanılmadı, ihtiyacı halinde tanıma basvurulacak.

Tanımda sağ: geçen sabitlerin araştırılmasında; lineer denk. sistemlerin özelliklerinde yararlanılacak "

B. $y_1 = x$, $y_2 = \cosh x$, $y_3 = e^x$, $y_4 = \sinh x$, $y_5 = e^{-x}$
verilsin

1. y_1, y_2, y_3 ü : TGS olarak kabul eden Df denklemini bulunuz.

2. y_1, y_2, y_4 çözümlerinin : lineer bağımsız olup olmadıklarını araştırınız. Bu bir TGS belirtir mi? açıklayınız.

3. y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 çözümlerinin : lineer bağımsız olup olmadıklarını araştırınız.

4. y_2, y_3, y_4, y_5 \neq \neq \neq

Açıklanalar: (2)-(3)-(4) de bahsedilen çözümler (1) de test edilecek denklemin çözümleridir. (3) ve (4) için işlem yapılmayacak tek satırlık gereğe ile cevaplanacak. (1): Wronsky det. yardımıyla bulunacak.

C. $y_1 = 1$, $y_2 = \sin x$, $y_3 = -x$ TGS. verilen Df denklemini bulun

Açıklama: Wronsky det. yardımıyla bulunacak.

D. Aşağıda bir ötel çözümleri verilen denklemin Genel Çözümünü bulunuz.

1) $(2x+5)y'' + (4x+8)y' - 4y = 0$ $y_1 = e^{-2x}$

2) $(\cos x + x \sin x)y'' - (x \cos x)y' + (\cos x)y = 0$, $y_1 = x$

3) $(x^2-1)y'' + (x-3)y' - y = 0$, $y_1 = \frac{1}{x+1}$