

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 29.05.2015
Diferansiyel Denklemler II (i.ö.) / Final Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: 75' BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (25+10=35p) (a)
$$\begin{cases} \dot{x} = x + 4y \\ \dot{y} = 2y - 2z + 3x \\ \dot{z} = z - x + y \end{cases}$$
 denklem sisteminin çözümünü bulunuz.

(b) $\dot{X} = A X$ yukarıdaki denklem sistemini göstermek üzere; $t\dot{X} = A X$ denklem sisteminin temel matrisini belirleyiniz.

Açıklamalar: “ (a) için: Matris Yöntemi ile çözüm belirlenecek, farklı yöntemler ile çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır”, “(b) için: Uygun dönüşüm ile a) dan yararlanılarak yapılacak, dönüşüm sonrası türevleri bir değişken için (yani, x, y, z den biri) tespit etmeniz yeterli olacaktır. Yine farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır”.

SORU 2. (20p)
$$\frac{dx}{x(z^2 - y^2)} = \frac{dy}{x^2 y} = \frac{dz}{x^2 z}$$
 denklem sisteminin ilk integrallerini belirleyiniz.

Açıklamalar: “t-değişkenini içermeyen, $\psi_i(x, y, z) = C_i$ formunda i=1,2” İntegrallenebilir kombinasyonlar bularak belirlenecek, farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır.

SORU 3. (20p)
$$\frac{d^3 x}{dt^3} = y, \quad \frac{dy}{dt} = y - 1$$
 denklem sisteminin çözümünü bulunuz.

Açıklamalar: Yüksek mertebeden diferansiyel denklemlere indirgenerek çözülecek; farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır; Şayet indirgenen denk.de özel çözüm bulmanız gerekiyor ise: Belirsiz Katsayılar Yöntemi kullanılacak.

SORU 4. (25p) $y'''' + y' = \sin x$ denkleminin bir özel çözümünü: sabitlerin değişimi yöntemini kullanarak belirleyiniz.

Açıklamalar: Ara işlemlerde kolaylık açısından, 3.mertebe için derste verilen şablondan yararlanabilirsiniz.

UYARI: Soru 1 ve Soru 2 de: “ $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ ” dir ve ek olarak soru 1 de :“ \dot{x} (üzerinde nokta oluşu) ile t-değişkenine göre türev kastedilmektedir”. Soru 1 de: özdeğerler doğru belirlenmediği takdirde ilgili sorudan düşük puanlı değerlendirme yapılacaktır.

Çıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 15.06.2015
Diferansiyel Denklemler II / Final Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: 70' BAŞARILAR..

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (30p)
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 4y \\ \dot{y} = 2y + 2z + x \\ \dot{z} = z + \frac{x}{2} + y \end{cases}$$
 denkleminin temel matrisini belirleyiniz.

Açıklamalar: Matris Yöntemi ile çözüm belirlenecek, farklı yöntemler ile çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır ; “ $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ ” ; “ \dot{x} (üzerinde nokta oluşu) ile t -değişkenine göre türev kastedilmektedir” ; “Özdeğerler doğru belirlenmediği takdirde düşük puanlı değerlendirme yapılacaktır”.

SORU 2. (15p) $\dot{X} = A X$: Soru1 deki denklemin sistemini göstermek üzere; $t\dot{X} = A X$ denklemin sisteminin önce genel çözümünü bulup, daha sonra bu sistemin “ $x(1) = 9$, $y(1) = -3$, $z(0) = 1$ ” koşullarını sağlayan çözüm takımını belirleyiniz.

Açıklamalar: Uygun dönüşüm ile soru1 den yararlanılarak yapılacak, dönüşüm sonrası türevleri bir değişken için (yani, x , y , z den biri) tespit etmeniz yeterli olacaktır. Farklı yöntemlerden çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır.

SORU 3. (25p)
$$\frac{dx}{z-y} = \frac{dy}{y(z-x)} = \frac{dz}{y-x}$$
 denkleminin ilk integrallerini belirleyiniz.

Açıklamalar: “ t -değişkenini içermeyen, $\psi_i(x, y, z) = C_i$ formunda $i=1,2$ ” İntegrallenebilir kombinasyonlar bularak belirlenecek, farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır; “ $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ ”

SORU 4. (10+20=30p) $y^v - 2y''' + y' = 1 + 3^{-x} + 2i \sin(ix)$ denklemini verilsin.

(a) Denklemin homojen kısmının genel çözümünü belirleyiniz.

(b) Belirsiz katsayılar yöntemini kullanarak denklemin bir özel çözümünün şablonunu belirleyiniz.

Açıklamalar: “ y^v ile: $\frac{d^5y}{dx^5}$ kastedilmektedir” ; $i = \sqrt{-1}$; (b) için: “Denklemin sağ tarafı için herhangi bir

özdeşlik kullanırsanız, çıkarılışının yapılması istenmektedir”, “Belirleyeceğimiz özel çözüm şablonundaki sabitlerin denkleminde yerine konulup tespit edilmesi istenmemektedir, o haliyle bırakabilirsiniz”

Cıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek