Diferansiyel Denklemler I

Ödev Soruları –3 29.10.2014

A. *Aşağıda verilen denklemlerin; "hangi tip denklem olduklarını (nedenleri ile belirterek) belirleyiniz!" "yanlarında $\mu = \mu(x,y)$ integrasyon çarpanı var ise önce tam dif. hale getirilerek" "yanlarında koşul var ise, istenen koşulu sağlayan çözümünü", "koşul yok ise, tüm çözümlerini (genel çözüm ve varsa tekil çözümlerini) çözümün geçerli olduğu değişkenlerin tanım aralıklarını da vererek" bulunuz.*

1. $x^2 dy + (xy - \tan xy)dx = 0$

2. $(x-3y)\,dx - x\,dy = 0$

3. $y' + (\cos x)y = 3\sin x \cos x$

4. $\sin x \cos y\,dx + \cos x \sin y\,dy = 0$, $y(\pi) = \pi/4$

5. $(ye^{xy} - \frac{1}{y})\,dx + (xe^{xy} - \frac{1}{x})\,dx = 0$

6. $(x-2y)\,dx + y\,dy = 0$, $\mu = \mu(x-y)$

7. $y' - \frac{2}{\sin 2x} y = \frac{1}{\sin x}$

8. $(2x + \tan y)\,dx + (x - x^2 \tan y)\,dy = 0$

9. $(xy^2 - \ell n x)\,dx + (x^2 y + \frac{1}{y})\,dy = 0$

10. $y' + 2(\cot x)y = \cos x$

11. $xy' - 3y = x^3 + x^2$

12. $(x^2 + y^2 + x)dx + xy\,dy = 0$

13. $(2y + \frac{y}{x})\,dx + (2x + \frac{x}{y})\,dy = 0$, $\mu = \mu(xy)$

14. $y' + \frac{\sin 2y}{2x} = -\sin^2 y$

15. $\left(x^2 + y^2 + x\sin x\right)dx + y\sin x\,dy = 0$

16. $(\cos x \cos y - \cot y)\,dy - (\sin x \sin y)\,dx = 0$

17. $(x - \sin y)\,dy + y\,dx = 0$

18. $2yy' = \ell n x + \frac{y^2}{x} + \frac{y}{x} - y'$

B. Aşağıdaki denklemleri, belirlediğiniz uygun hipotezler altında, bir diferansiyel denklem problemine dönüştürerek çözümlerini bulunuz.

1. $y = \frac{1}{2}x^4 + 2\int_1^x \frac{y(t)}{t}\,dt$

2. $x = y - \int_e^y \frac{x(t)}{t\ell n\,t}\,dt$

3. $\int_0^x (x-t)y(t)\,dt = 2x + \int_0^x y(t)\,dt$

4. $y = x^2 + 2\int_0^x x\,dt$

,

C. 1. Bir $y' + p(x)y = q(x)$ lineer diferansiyel denklemin y_1 ve y_2 $(y_1 \neq y_2)$ gibi iki özel çözümü bilindiği taktirde (hiç integral işlemi yapmadan) genel çözümün bulunabileceğini gösteriniz.

2. C1 den yararlanarak $y_1 = 1$ $y_2 = 1 + e^{-x^2}$ özel çözümleri verilen lineer diferansiyel denklemi ve bu denklemin genel çözümünü bulunuz.

D. 1. $\frac{1}{\sqrt{xy}}dx + (\frac{1}{y} - \sqrt{\frac{x}{y^k}})\,dy = 0$ denkleminin *tam diferansiyel denklem* olabilmesi için uygun k sayısını belirleyiniz. Bu k sayısı için tam diferansiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.

2. α ve β nın hangi değerleri için $y' = ax^{\alpha} + by^{\beta}$ denklemi $y = z^m$ dönüşümü yardımıyla bir homojen diferansiyel denklem haline getirilebilir?

3. α ve β nın hangi değerleri için $\mu = x^{\alpha} y^{\beta}$; $(2x^4y^2 + 3x)dy + (x^3y^3 - y)dx = 0$ denkleminin (tam diferansiyel hale getiren) bir integrasyon çarpanı olur?