Diferansiyel Denklemler I

Ödev Soruları –2 15.10.2014

A. *Aşağıda verilen denklemlerin; "hangi tip denklem olduklarını (nedenleri ile belirterek) belirleyiniz! "yanlarında koşul var ise, istenen koşulu sağlayan çözümünü", "koşul yok ise, tüm çözümlerini (genel çözüm ve varsa tekil çözümlerini) çözümün geçerli olduğu değişkenlerin tanım aralıklarını da vererek" bulunuz.*

1. $(1+e^{-x})dy-(y^2-1)dx=0$
2. $y'=3(y+1)+2x$
3. $x^2y'+2=x^2y^2$
4. $x^2y'-\cos 2y=1 \quad , \quad y(+\infty)=\dfrac{9\pi}{4}$
5. $y'-xy+xy^3=0 \quad , \quad y(0)=1/2$
6. $\left[x\cos^2(\dfrac{y}{x})-y\right]dx+xdy=0$
7. $\tan x\, dy-y\ell ny\, dx=0$
8. $3y^2y'+16x=2xy^3$
9. $y'=\dfrac{y-2x+1}{2y-x-1}$
10. $3y^2y'+16x=2xy^3$
    "$x\to+\infty$ iken $y(x)$ sınırlı"
11. $\sqrt{y^2-1}\,dx+xy\,dy=0$
12. $\dfrac{x-xy'}{\sin(x-y)}=1 \ , \ y(\pi/2)=0$
13. $(y+\sqrt{xy}\,)\,dx=xdy$
14. $y-xy'=y\,\ell n\,\dfrac{x}{y}$
15. $y'=\dfrac{x+y}{x-y}$
16. $\dfrac{2}{3}xyy'-y^2=\sqrt{x^6-y^4}$

B. Aşağıda verilen $p(x,y)dx+q(x,y)dy=0$ denklemleri için, ilk aşama olarak $p=u$, $q=v$ dönüşümü yaparak, son halde denklemi "değişkenlerine ayrılabilir" şekle getiriniz!

1. $p=x+a\,,\quad q=y+bx$
2. $p=y-2x+1\,,\quad q=x-2y+1$
3. $p=x+y\,,\quad q=x-y$
4. $p=x+ay-1\,,\quad q=y+bx+1$

C. *Aşağıda istenilenleri elde ediniz! (denklem çözümü öncesinde; oluşturduğunuz denklemde eğer var ise, mutlak değerleri göz ardı edebilirsiniz!)*

1. $A(0,1)$ noktasından geçen ve herhangi bir noktasındaki teğet-altı uzunluğu: bu noktanın koordinatlarının aritmetik ortalamasına eşit olan eğriyi bulunuz.

2. $A(1,1)$ noktasından geçen ve herhangi bir noktasındaki teğetinin O_y ekseninden ayırdığı parçanın uzunluğu: değme noktasının apsisinin karesine eşit olan eğriyi bulunuz.

S.İlter, http://aves.istanbul.edu.tr/ilters

3. $A(e,1)$ noktasından geçen ve herhangi bir noktasındaki teğetinin O_x ekseninden ayırdığı parçanın uzunluğu: değme noktasının ordinatının iki katına eşit olan eğriyi bulunuz

4. Orjinden geçen bir eğrinin, herhangi bir $A(x, y)$ noktasından koordinat eksenlerine paralel doğrular çizilerek iki parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge meydana getirilmektedir. Öyle bir eğri ailesi bulunuz ki, her bir eğri için dikdörtgensel bölgenin bir parçasının alanı, diğer parçasının alanının üç katı olsun.

Bölüm sonu beklenen kazanımlar:

- *Farklı denklem türlerini (sorularda tür ve çözüm hakkında herhangi bir yönlendirme yapılmaksızın); kısa sürede tespit etme (denklemleri sınıflandırabilme)!*
- *Geometrik özellikleri kullanabilme!*
- *Çözüm kavramlarını (Genel çözüm-Tekil çözüm) algılayabilme, çözümün geçerli olacağı aralıkları tespit edebilme!*
- *"Başlangıç koşulları" veyahut "farklı şekillerde verilen koşullar" yardımıyla denklemin istenilen özel çözümlerinin tespit edilebilmesi!*
- *Denklem çözümleri için; aranan fonksiyon ve bağımsız değişkene göre (herhangi bir yöntemi ezberlemeden) dönüşümler yapabilme, uygun dönüşümleri araştırabilme!*