

İ.Ü.Fen Fakültesi Matematik Bölümü 03.11.2011
Diferansiyel Denklemler I (i.ö.) / Arasınav Soruları

Yrd.Doç.Dr.Serkan İLTER / İ.Ü. Matematik
Süre: **65'** **BAŞARILAR..**

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (20p) Aşağıdaki **1** ve **1'** sorularından yalnızca **bir tanesini seçerek** çözünüz!

1. Orjinden geçen bir eğrinin, herhangi bir $A(x, y)$ noktasından koordinat eksenlerine paralel doğrular çizilerek iki parçadan oluşan bir dikdörtgensel bölge meydana getirilmektedir. Öyle bir eğri ailesi bulunuz ki, her bir eğri için dikdörtgensel bölgenin bir parçasının alanı, diğer parçasının alanının dört katı olsun.

1'. $2y' = x^2 + 2y^2$, $k = 0$, $k = 1/2$ ve $k = 2$ değerlerine karşılık gelen izoklin eğrilerini çizip, üzerinde yönleri belirtiniz.

Açıklamalar: 1)de ki problem: diferansiyel denklem problemine dönüştürülüp çözülecek, farklı çözüm denemeleri değerlendirme dışıdır.

SORU 2. (25p) Aşağıdaki **2** ve **2'** sorularından yalnızca **bir tanesini seçerek** çözünüz!

2. $y^2 - x^2 (y')^2 = \sqrt{x^6 - y^4}$ denkleminin: belirleyeceğiniz uygun bir tek dönüşüm ile “değişkenlerine ayrılabilir” hale getirilebildiğini gösteriniz.

2'. $(ax - by)dx + (y + a)dy = 0$ denklemi için, ilk aşama olarak $ax - by = u$, $y + a = v$ dönüşümü yaparak, son halde denklemi “değişkenlerine ayrılabilir” şekle getiriniz!

Açıklamalar: her iki soru için: yapacağımız dönüşümleri neye göre belirlediğiniz tek satırda açıklanmalı, denklemlerin çözümü istenmemekte dolayısıyla fazla işlem yapmayınız; 2') için: başlangıç dönüşümü verilmekte, farklı başlangıç dönüşümü ile yapılacak denemeler değerlendirme dışıdır, $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

SORU 3. (25p) $\int_0^x (x-t)y(t) dt = x - \int_0^x y(t) dt$ denklemini uygun hipotezler belirleyerek bir

diferansiyel denklem problemine dönüştürünüz. Bu dif. denk.: hangi türdür? Problem: nasıl bir dif.denk. problemidir? Açıklayınız.

SORU 4. (30p) Aşağıdaki A-B-C şıklarından yalnızca **iki tanesini seçerek** yapınız!

(A) α ve β nın hangi değerleri için $y' = ax^\alpha + by^{\alpha\beta}$ denklemi $y = z^m$ dönüşümü (burada $z = z(x)$) yardımıyla bir homojen diferansiyel denklem haline getirilebilir?

(B) $(ye^{-xy} + \frac{1}{y}) dx + (xe^{-xy} - \frac{1}{x}) dy = 0$ **(C)** $\frac{1}{\sqrt{xy}} dx - (-\frac{1}{y} + \sqrt{\frac{x}{y^3}}) dy = 0$

Açıklamalar: A) için: dönüşüm sonrası homojen fonksiyonların özellikleri kullanılacak ve α ve β nın m - e bağlı değerleri elde edilecek ($a, b, m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$), işlemsiz cevaplar değerlendirme dışıdır; B) ve C) için: denklemlerin hangi tür oldukları açıklanmalı, tüm çözümleri (genel çözüm var ise tekil çözümler) bulunmalı: çözümün geçerli olduğu değişkenlerin tanım aralıklarını da belirlenmeli. **Not: Çıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek**

UYARI: Soru 1-2-4 de seçimli sorular dikkate alınmadan istenenden fazla soruya uğraşarsanız (cevap kağıdınızda, soruyla ilgili üzeri karalanmadan bulunan her yazım uğraş kabul edilecektir), ilgili sorunun puanlaması: toplam puanın, toplam soru sayısına bölümü şeklinde değerlendirilecektir.

Ad-Soyad:

Numara:

İmza:

SORU 1. (20p) Aşağıdaki **1** ve **1'** sorularından yalnızca **bir tanesini seçerek** çözünüz!

1. $\ln^2 y + \cot x = 0$ fonksiyonunun $y = 2y' \sin^2 x \ln y$ denkleminin bir çözümü olup olmadığını: $(0, \frac{\pi}{2})$ ve $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ aralıkları için ayrı ayrı araştırınız.

1'. $y^2 = x$ parabolüne teğet olan doğrular ailesinin diferansiyel denklemini oluşturunuz.

Açıklamalar: 1) için: ilgili aralıklarda kapalı fonksiyon için çözüm araştırması yapılacak, diferansiyel denklemin genel çözümünü bularak yapılacak bütün gözlemler değerlendirme dışıdır.

SORU 2. (25p) Aşağıdaki **2** ve **2'** sorularından yalnızca **bir tanesini seçerek** çözünüz!

2. α ve β nın hangi değerleri için $(1 + \sqrt{x}e^{\alpha y})dx - x^\beta dy = 0$ denklemi $y = \ln z$ dönüşümü (burada $z = z(x)$) yardımıyla bir homojen diferansiyel denklem haline getirilebilir?

2'. α nın hangi değeri için $\mu = (x + y)^\alpha : (x - \alpha y)dx + y dy = 0$ denkleminin (tam diferansiyel hale getiren) bir integrasyon çarpanı olur?

Açıklamalar: 2) için: dönüşüm sonrası homojen fonksiyonların özellikleri kullanılacak ve α ve β nın sayısal değerleri elde edilecek; 2') için: ön koşul olarak $\alpha \neq 0$; işlemsiz cevaplar değerlendirme dışıdır.

SORU 3. (20p) $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ şeklinde bir Tam Diferansiyel Denklem için, uygun hipotezler belirleyerek, genel çözümün “ $\int_a^x M(t, y) dt + \int_b^y N(a, z) dz = c$ ” olduğunu ispatlayınız.

SORU 4. (35p) Aşağıdaki A-B-C şıklarından yalnızca **iki tanesini seçerek** yapınız!

(A) $\frac{y'}{\sin^2 y} - \frac{2}{x} \cot y = -1$ denkleminin $y(+\infty) = 0$ koşulunu sağlayan çözümünü bulunuz.

(B) $x + xy' = \tan(x + y)$ (C) $x^2 dy - (\frac{y}{\ln(xy)} - xy)dx = 0$

Açıklamalar: Denklemlerin hangi tür oldukları, kullanacağınız dönüşümleri neye göre belirlediğiniz açıklanmalı; B) ve C) için: denklemlerin tüm çözümleri (genel çözüm var ise tekil çözümler) bulunmalı; çözümlerin geçerli olduğu değişkenlerin tanım aralıklarını da belirlenmeli. **Not: Çıkışta Soru Kağıtları da Teslim Edilecek**

UYARI: Soru 1-2-4 de seçimli sorular dikkate alınmadan istenenden fazla soruya uğraşırsanız (cevap kağıdınızda, soruyla ilgili üzeri karalanmadan bulunan her yazım uğraş kabul edilecektir), ilgili sorunun puanlaması: sorunun toplam puanı, ilgili sorudaki toplam soru sayısına bölümü şeklinde değerlendirilecektir.