Analiz II
Çalışma Soruları-4

Son güncelleme: 07.06.2011

(A) *Aşağıdaki serilerin karakterlerini belirleyiniz, yakınsak olanların toplamlarını bulunuz.*

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{2n-1}}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n - 3^n}{12^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n^2+1}}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+2)}$

(B) *Aşağıdaki serilerin karakterlerini belirleyiniz.*

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n!}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\frac{\pi}{n})}{\sqrt[3]{n^2+1}}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{2^n}}$

4. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n^2-1)}}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2}{3^n}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{2n-1}$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{(2n)!}$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n+1}\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!\,2^n}$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \sqrt{n}}$

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-1}}{(3n)!}$

12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\frac{1}{n}$

13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\pi^n}$

14. $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\frac{2}{3}} \sin\frac{1}{n}$

15. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3.5.....(2n+1)}{3^n\, n!}$

17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^n$

18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)(3n+1)}$

19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n-1)(3n+1)}$

20. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n+1)(n^2-1)}$

(C) *Aşağıdaki serilerin yakınsaklık yarıçaplarını bulup yakınsaklık bölgelerini belirleyiniz.*

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} x^n$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{5^n} (x-1)^n$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3} x^n$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$

5. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\left(n^2-1\right)2^n} x^n$

6. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\left(n^{3/2}-1\right)2^n} x^n$

Not: Yanıtlar-Yol göstermeler kontrol amaçlıdır, yazım hatası - eksiklikler vs.. olabilir..
kendi çözümlerinizle mutlaka karşılaştırınız..

Çalışma Soruları-4** (son güncelleme : 04.06.2011) / **Önbilgiler

T1 $(Seri)$ **:** (a_n) reel terimli dizi, $a_1 + a_2 + \ldots + \ldots = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \underbrace{a_n}_{genel\ terim}$

T2 $\begin{pmatrix} Kısmi.Top. \\ Dizisi \end{pmatrix}$ **:**
$$\left.\begin{array}{l} s_1 = a_1 \\ s_2 = a_1 + a_2 \\ \vdots \\ s_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n \\ \vdots \end{array}\right\} \text{ şeklindeki } (s_n) := \left(\sum_{k=1}^{n} a_k\right) \text{ dizisi.}$$

T3 $\begin{pmatrix} Serinin\ Karakteri \\ Yakınsaklık\ \text{-}\ Iraksaklık \end{pmatrix}$ **:**

$$\left.\begin{array}{l} (s_n) \text{ yakınsak,} \\ \lim\limits_{n\to\infty} s_n = s \end{array}\right\} \Rightarrow \sum a_n \text{ yakınsak ve } \sum a_n = s.$$

$$(s_n) \text{ ıraksak } \Rightarrow \sum a_n \text{ ıraksak}.$$

Teo1 $\begin{pmatrix} Yakınsaklık\ için \\ bir\ gerek\ koşul \end{pmatrix}$ **:** $\sum a_n$ yakınsak $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$.

***Sonuç1* :** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n \neq 0 \Rightarrow \sum a_n$ ıraksak.

***Teo2* :**
$$\left.\begin{array}{l} \sum a_n \text{ negatif-olmayan terimli} \\ (\text{yani her bir } a_n \geq 0) \text{ ve} \\ (s_n) \text{ üstten sınırlı} \end{array}\right\} \Rightarrow \sum a_n \text{ yakınsak}.$$

***Not1* : (i)** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ $\begin{cases} p>1 \text{ için yakınsak} \\ \text{diğer durumlar için ıraksak} \end{cases}$

Ör: $\sum \frac{1}{n}$, $\sum \frac{1}{\sqrt{n}}$: ıraksak ,

$\sum \frac{1}{n^2}$, $\sum \frac{1}{n^{3/2}}$: yakınsak

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} q^n$ $\begin{cases} 0<q<1 \text{ için yakınsak} \\ \text{diğer durumlar için ıraksak} \end{cases}$

Üstelik $0<q<1$ için (geometrik seri)

$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$. ***Ör:*** $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 3$

Negatif-olmayan Terimli Serilerin Karakterlerini Belirlemede Kullanılan Testler:

Kısaltmalar :
- **K** : *Karakter,* **K-T** : *Karşılaştırma Testi,*
- **D-T** : *D'Alambert Oran Testi*, **C-T** : *Cauchy Kök Testi*

K - T (i) $\sum a_n$ K ? (aradığımız), $\sum b_n$ K-bildiğimiz	$a_n \begin{matrix} \le \\ \ge \end{matrix} b_n \quad (\forall n > m)$ ve $\sum b_n$: $\begin{matrix} \text{yakınsak} \\ \text{ıraksak} \end{matrix}$ $\Bigg\}$ $\Rightarrow \sum a_n$: $\begin{matrix} \text{yakınsak} \\ \text{ıraksak} \end{matrix}$

K - T (ii) $\ell := \lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$	$\ell \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \Rightarrow \sum a_n$, $\sum b_n$ aynı karakterdedir . $\ell = 0$ ve $\sum b_n$ yakınsak $\Rightarrow \sum a_n$ yakınsak . $\ell = \infty$ ve $\sum b_n$ ıraksak $\Rightarrow \sum a_n$ ıraksak .

D-T (i) $\sum a_n$ K ?	$\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \; \begin{matrix} < \\ \geq \end{matrix} \; 1 \quad (\forall n > m) \quad \Rightarrow \sum a_n :$ yakınsak / ıraksak

D-T (ii)

$$\ell := \lim_{n \to \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$\ell < 1 \Rightarrow \sum a_n$ yakınsak

$\ell > 1 \Rightarrow \sum a_n$ ıraksak

$\ell = 1 \Rightarrow$ Test sonuç vermez!

C-T (i) $\sum a_n$ K ?	$\sqrt[n]{a_n} \; \begin{matrix} < \\ \geq \end{matrix} \; 1 \quad (\forall n > m) \quad \Rightarrow \sum a_n :$ yakınsak / ıraksak

C-T (ii)

$$\ell := \lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n}$$

$\ell < 1 \Rightarrow \sum a_n$ yakınsak

$\ell > 1 \Rightarrow \sum a_n$ ıraksak

$\ell = 1 \Rightarrow$ Test sonuç vermez!

Ne zaman hangi testi kullanmalı? (Karar verme süreci-Sorular öncesi hazırlık)

Not: Bu gözlemler sonucunda, soruların çözümünü uzun uzadıya yazmadan.. pratik olarak 10 sn içinde doğru test kullanarak serilerin karakterlerini belirleyecek seviyeye gelmelisiniz!

D.T $\left(\dfrac{a_{n+1}}{a_n} \right.$ ifadesine dikkat $\left. \right)$: $n!$, q^n, n^α vb. ifadelerde

Ör: $\sum \dfrac{2^n n^2}{(2n)!\, 3^n}$, C.T $\left(\begin{array}{c}\sqrt[n]{a_n}={a_n}^{1/n}\\ \text{ifadesine dikkat}\end{array}\right)$: n^n, q^n, n^α vb. ifadelerde

Ör: $\sum \frac{2^n}{n^{n^2}}$, $\sum \frac{1}{e^n}$

K.T: n^α (ve q^n) ifadelere özellikle dikkat! Bu testle ilgili sorularda daha çok, pay ve payda n^k lı ifadelerden oluşan sorularla karşılaşacağız! Şöyle bir şablon oluşturabilir: paydaki en yüksek dereceli ifade n^α, paydadaki en yüksek dereceli ifade n^β olsun, bu durumda, $\beta-\alpha>1$ ise seri yakınsak diğer durumlarda ıraksak olacaktır ($b_n=\frac{1}{n^{\beta-\alpha}}$ seç, **K.T (ii)** uygula ve gör!).

Ör: $\sum \frac{n}{(n+1)^2}$ ıraksak , $\sum \frac{n}{(n+1)^{5/2}}$ yakınsak, $\sum \frac{n+1}{n^3-1}$ yakınsak, $\sum \frac{\sqrt{n}+1}{n-1}$ ıraksak.

Not: Bazı sorularda bu testlerin birkaçını kullanıp kolaylıkla sonuca gitmek mümkün olabilir

Ör: $\sum \frac{1}{2^n n}$ yakınsak $\left\{\begin{array}{l} b_n=\frac{1}{2^n} \text{ seç K.T } (\textbf{ii}) \text{ uygula!}\\ \frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n}{2(n+1)}\to\frac{1}{2}, \text{D.T } (\textbf{ii}) \text{ uygula!}\\ \sqrt[n]{a_n}=\frac{1}{2n^{1/n}}\to\frac{1}{2}, \text{C.T } (\textbf{ii}) \text{ uygula!}\end{array}\right.$

Negatif terim de içerebilen Seriler üzerine:

T4 (*Mutlak - yakınsak*) **:** $\sum |a_n|$ yakınsak $\Rightarrow \sum a_n$ mutlak-yakınsak

T5 (*Yarı - yakınsak*) **:** $\left.\begin{array}{c}\sum a_n \text{ yakınsak}\\ \text{ve}\\ \sum |a_n| \text{ ıraksak}\end{array}\right\} \Rightarrow \sum a_n$ yarı - yakınsak (şartlı - yakınsak) .

Teo3 **:** $\sum a_n$ mutlak-yakınsak $\Rightarrow \sum a_n$ yakınsak

T6 $\left(\textit{Alterne Seri}\right)$ **:** [terimleri (sıralı olarak) pozitif, negatif şeklinde devam eden seriler]

$$\left(u_n\right) \text{ negatif-olmayan terimli,}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n = u_1 - u_2 + u_3 - \ldots$$

Teo4 $\begin{pmatrix}\textit{Alterne seriler için}\\ \textit{yakınsaklık}\\ \textit{Leibnitz testi}\end{pmatrix}$ **:** $\left.\begin{array}{l}\textbf{(i) } \left(u_n\right) \text{ monoton azalan}\\ \textbf{(ii) } \lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$ yakınsak .

Yanıtlar - Yol Göstermeler

A1-A4: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$ koşulu sağlanmaz $\underbrace{\Rightarrow}_{\textbf{Sonuç1 den}}$ $\sum a_n$ ıraksak

A5: $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\dfrac{n}{n^2+1}}$ ıraksak ($b_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}$ seç K.T **(ii)** uygula!)

A2: $\sum \dfrac{4^n - 3^n}{12^n} = \sum\left(\dfrac{4}{12}\right)^n - \left(\dfrac{3}{12}\right)^n = \sum\left(\dfrac{1}{3}\right)^n - \sum\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$ yakınsak (**Not1 (ii)** den)

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n = -\left(\dfrac{1}{3}\right)^0 + \sum_{n=0}^{\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n = -1 + \dfrac{1}{1-\dfrac{1}{3}} = \dfrac{1}{2}$ ve benzer şekilde $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{1}{4}\right)^n = \dfrac{1}{3}$ bulunur. $\Rightarrow$
$\sum a_n = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{6}$.

A3: $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ yakınsak ($b_n = \dfrac{1}{n^3}$ seç K.T **(ii)** uygula!). Şimdi toplamını bulmaya çalışalım: $\dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \dfrac{1}{n^2} - \dfrac{1}{(n+1)^2}$ olduğundan (T2 ve T3 den)

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \left(1 - \cancel{\frac{1}{4}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{4}} - \cancel{\frac{1}{9}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{9}} - \cancel{\frac{1}{16}}\right) + \cancel{\ldots} + \left(\cancel{\frac{1}{(n-1)^2}} - \cancel{\frac{1}{n^2}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{n^2}} - \frac{1}{(n+1)^2}\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{(n+1)^2} \xrightarrow[(n\to\infty)]{} 1 \Rightarrow \sum a_n = 1$$

~~**A6:** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+2)}$ yakınsak ($b_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$ şeç K.T **(ii)** uygula!)~~

A6: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(n+2)}$ yakınsak

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum |a_n| = \sum \frac{1}{n(n+2)} \ \text{yakınsak} \\ (b_n = \frac{1}{n^2} \ \text{şeç} \ \text{K.T} \ \mathbf{(ii)} \ \text{uygula!}) \Rightarrow \text{T4 den} \\ \sum a_n \ \text{mutlak-yakınsak} \ \underbrace{\Rightarrow}_{\textbf{Teo3 den}} \ \sum a_n \ \text{yakınsak} \end{array} \right.$$

Şimdi toplamını bulmaya çalışalım: $\frac{1}{n(n+2)} = \frac{1/2}{n} - \frac{1/2}{n+2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$ olduğundan A3 de yapılanlara benzer şekilde

$$s_{2n} = \sum_{k=1}^{2n} a_k = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2n+2}\right) \to \frac{1}{4} \quad , \quad s_{2n-1} = \sum_{k=1}^{2n-1} a_k = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2n+1}\right) \to \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sum a_n = \frac{1}{4}$$

B1: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n!}$	yakınsak	Mutlak-Yak.(D.T **(ii)** uygula!) + Teo3
B2: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\frac{\pi}{n})}{\sqrt[3]{n^2+1}}$	ıraksak	$b_n = \frac{1}{n^{2/3}}$ şeç K.T **(ii)** uygula!
B3: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{2^n}}$	yakınsak	$a_n = \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$, D.T **(ii)** uygula ($\frac{a_{n+1}}{a_n} \to \frac{1}{\sqrt{2}}$)
B4: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n^2-1)}}$	ıraksak	$b_n = \frac{1}{n^{2/3}}$ şeç K.T **(ii)** uygula!
B5: $\sum_{n=1}^{\infty} -\frac{2}{3^n}$	yakınsak	$\sum \lvert a_n \rvert = 2\sum \frac{1}{3^n}$ **Not1 (ii)**, Mutlak-Yak. + Teo3

B6: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{2n-1}$	yakınsak	Mutlak-Yak. değil, Alterne seri + Teo4(LeibnitzT.)
B7: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n}}{(2n)!}$	ıraksak	D.T **(ii)** uygula ($\frac{a_{n+1}}{a_n} \to 2$)
B8: $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n+1} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$	yakınsak	C.T **(ii)** uygula ($\sqrt[n]{a_n} \to \frac{2}{e}$)
B9: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!\,2^n}$	yakınsak	D.T **(ii)** uygula ($\frac{a_{n+1}}{a_n} \to 0$)
B10: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n \sqrt{n}}$	yakınsak	$b_n = \frac{1}{2^n}$ seç K.T **(ii)** uygula!
B11: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n-1}}{(3n)!}$	yakınsak	D.T **(ii)** uygula ($\frac{a_{n+1}}{a_n} \to \frac{4}{27}$)
B12: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\frac{1}{n}$	yakınsak	$b_n = \frac{1}{n^2}$ seç K.T **(ii)** uygula!
B13: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\pi^n}$	yakınsak	Mutlak-Yak. + Teo3
B14: $\sum_{n=1}^{\infty} n^{\frac{2}{3}} \sin\frac{1}{n}$	ıraksak	$b_n = \frac{1}{n^{1/3}}$ seç K.T **(ii)** uygula!
B15: $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2} \right)^{n-1}$	yakınsak	$\sum \lvert a_n \rvert = \sum \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} = 2 \sum \frac{1}{2^n}$ Mutlak-Y. + Teo3
B16: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3.5.....(2n+1)}{3^n\, n!}$	yakınsak	D.T **(ii)** uygula ($\frac{a_{n+1}}{a_n} \to \frac{2}{3}$)

B17: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^n$	ıraksak	Sonuç1
B18: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(2n-1)(3n+1)}$	ıraksak	$b_n = \frac{1}{n}$ seç K.T **(ii)** uygula!
B19: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n-1)(3n+1)}$	yakınsak	Mutlak-Yak. değil, Alterne seri + Teo4(LeibnitzT.)
B20: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{(2n+1)(n^2-1)}$	yakınsak	Mutlak-Yak.($b_n = \frac{1}{n^2}$ seç K.T **(ii)** uygula) + Teo3

Önbilgiler-Devam

$\boldsymbol{T7}\left(\textit{Kuvvet Serisi}\right) : \sum a_n (x - x_0)^n$

$\boldsymbol{T8}\left(\begin{array}{c}\textit{Yakınsaklık}\\ \textit{Yarıçapı}\end{array}\right) : \boldsymbol{R = ?}$

$$R = \frac{1}{\limsup \sqrt[n]{|a_n|}}$$

$$R = \frac{1}{\limsup \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|}$$

$\boldsymbol{T9}\left(\textit{Yakınsaklık Bölgesi}\right) : \boldsymbol{Y.B.} = \left\{ x \in \mathbb{R} : \underbrace{|x - x_0| < R}_{x_0 - R < x < x_0 + R} \right\}$

Not2 **: (i)** Özel olarak uç noktalar ($x_0 - R$ ve $x_0 + R$) için yakınsaklık araştırması yapılır.

(ii) $$\begin{cases} R = 0 \Rightarrow \boldsymbol{Y.B.} = \{ x \in \mathbb{R} : \ x = x_0 \} \\ R = \infty \Rightarrow \boldsymbol{Y.B.} = \mathbb{R} \end{cases}$$

C1: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} x^n$	$\limsup \left\| \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \right\| = \lim \left(\dfrac{n}{n+1} \dfrac{n+1}{n+2} \right) = 1 \Rightarrow \boldsymbol{R} = \dfrac{1}{1} = \mathbf{1}$ $\|x\| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$ **(i)** $x = 1$ için $\sum \dfrac{1}{n(n+1)}$ yakınsak **[** $b_n = \dfrac{1}{n^2}$ seç K.T **(ii)** uygula!**]** **(ii)** $x = -1$ için $\sum \dfrac{(-1)^n}{n(n+1)}$ yakınsak **[**Mutlak-Yak. + Teo3**]** $\Rightarrow$ **(i)** ve **(i)** den $\boldsymbol{Y.B.} = [\mathbf{-1, 1}]$

C2: $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n^2}{5^n} (x-1)^n$	$\limsup \left\| \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \right\| = \lim \left(\dfrac{n+1}{n} \right)^2 \dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow \boldsymbol{R} = \dfrac{1}{1/5} = \mathbf{5}$ $\|x-1\| < 5 \Rightarrow -4 < x < 6$ **(i)** $x = -4$ için $\sum n^2$ ıraksak **[** $\lim n^2 = \infty \neq 0$, Sonuç1**]** **(ii)** $x = 6$ için $\sum (-1)^n n^2$ ıraksak **[**Sonuç1**]** $\Rightarrow$ **(i)** ve **(i)** den $\boldsymbol{Y.B.} = (\mathbf{-4, 6})$

C3: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^3} x^n$	$\limsup \left\lvert \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert = \lim \frac{3n^3}{(n+1)^3} = 3 \Rightarrow \boldsymbol{R} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ $\lvert x \rvert < 1/3 \Rightarrow -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$ **(i)** $x = 1/3$ için $\sum \frac{1}{n^3}$ yakınsak **(ii)** $x = -1/3$ için $\sum \frac{(-1)^n}{n^3}$ yakınsak **[**Mutlak-Yak. + Teo3**]** $\Rightarrow$ **(i)** ve **(i)** den $\boldsymbol{Y.B.} = \left[-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}, \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \right]$

C4: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$	$\limsup \left\lvert \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert = \lim \frac{1}{n+1} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{R} = \infty$ ***Not2*** **:(ii)** den $\boldsymbol{Y.B.} = \mathbb{R}$

C5: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2-1)2^n} x^n$	$\limsup \left\lvert \frac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert = \lim \frac{n+1}{n} \frac{n^2-1}{(n+1)^2-1} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \boldsymbol{R} = \frac{1}{1/2} = \mathbf{2}$ $\lvert x \rvert < 2 \Rightarrow -2 < x < 2$ **(i)** $x = 2$ için $\sum \frac{n}{n^2-1}$ ıraksak **[** $b_n = \frac{1}{n}$ seç K.T **(ii)** uygula!**]** **(ii)** $x = -2$ için $\sum \frac{(-1)^n n}{n^2-1}$ yakınsak **[**Mutlak-Yak. değil, Alterne seri + Teo4(LeibnitzT.)**]** $\Rightarrow$ **(i)** ve **(i)** den $\boldsymbol{Y.B.} = [\mathbf{-2}, \mathbf{2})$

C6: $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{\left(n^{3/2}-1\right)2^n} x^n$	Önceki soruyla benzer şekilde: $\boldsymbol{R}=\mathbf{2}$, $\boldsymbol{Y.B.}=[\mathbf{-2,2}]$