

Ödev Soruları -2 / 21.10.2014

A. Aşağıdaki iddiaların doğru olup olmadıklarını araştırınız! (yanıtınızı ispatlayınız)

1. “ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot a_n = 0$ ”
2. “ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \Rightarrow ((-1)^n \cdot a_n)$ yakınsaktır.”
3. “ (a_n^2) yakınsak $\Rightarrow (a_n)$ yakınsaktır.”
4. “ Artmayan ve Alttan-sınırlı bir dizi: yakınsaktır.”
5. “ İraksak iki dizinin çarpımı da ıraksaktır.”

B. Aşağıda genel terimi verilen diziler yakınsak mı? Yakınsak ise limitini bulunuz.
(Not: 15. ve 16. Sorular için yalnızca yakınsaklık araştırması yapınız.)

- | | |
|---|--|
| 1. $a_n = \frac{5n}{5^n}$ | 9. $a_n = n - \sqrt{n^2 - n}$ |
| 2. $a_n = \frac{5^n + n}{5^n - n}$ | 10. $a_n = \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$ |
| 3. $a_n = \frac{n^2(2 - (-1)^n)}{3n^2 - 1}$ | 11. $a_n = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$ |
| 4. $a_n = \frac{n}{5} - \left\lfloor \frac{n}{5} \right\rfloor$ | 12. $a_n = \frac{n^2(2 - (-1)^n)}{3n^3 - 1}$ |
| 5. $a_n = \sqrt[n]{3^n + 7^n}$ | 13. $a_n = \frac{(-2)^n}{n^2}$ |
| 6. $a_n = \sqrt[n]{4n^2 + 1}$ | 14. $a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2n}$ |
| 7. $a_n = \left(\frac{n}{n+3}\right)^{n-1}$ | 15. $a_n = \frac{1}{5+1} + \frac{1}{5^2+2} + \dots + \frac{1}{5^n+n}$ |
| 8. $a_n = \frac{3n + 2 \sin n}{n - \sin n}$ | 16. $a_1 = \frac{1}{3}, a_2 = \frac{1.4}{3.6}, a_3 = \frac{1.4.7}{3.6.9}, \dots$ |



C. Limit tanımını kullanarak aşağıdakilerin gerçeklendiğini gösteriniz!

(Not: 1. Soru için ek olarak; $-\frac{1}{2}$ nin $\varepsilon = \frac{3}{49}$ komşuluğunu ifade edip, bu komşuluk dışında diziye ait olan terim sayısını belirleyiniz.)

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{1 - 2n^2} = -\frac{1}{2}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{3 - 2n^2} = -\frac{1}{2}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-n^3 - 2}{n^3 + n} = -1$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + n - 1}{n^2 - n^3} = -2$$

